

Examen de  
logique formelle  
Durée : 1 h  
Tous documents autorisés

## 1 Bases

1. [2pt] Mettre sous forme normale disjonctive la formule suivante :

$$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

2. [2pt] Donner un exemple de signature permettant d'engendrer un ensemble de termes infini. Donner une interprétation dans un domaine fini de cette signature.

## 2 Calcul des propositions

1. [3pt] Prouver en utilisant la méthode de démonstration de votre choix que la formule suivante est une tautologie :

$$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

2. [4pt] Prouver en utilisant l'algorithme de Quine que la formule suivante n'est pas une tautologie et donner une interprétation qui ne la satisfait pas :

$$(a \rightarrow (b \rightarrow d)) \rightarrow ((a \rightarrow (d \rightarrow b)) \rightarrow (a \rightarrow (d \rightarrow c)))$$

## 3 Calcul des prédicats

1. [7pt] Prouver avec la méthode de démonstration de votre choix que  $\forall x \exists y (g(y, x) \wedge p(y))$  est conséquence logique de

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (g(y, x) \wedge \forall z (d(z, y) \rightarrow g(z, x))) \\ &\forall x (\neg p(x) \rightarrow \exists y (p(y) \wedge d(y, x))) \end{aligned}$$

2. [2pt] Montrer en utilisant le calcul des séquents que

$$(\exists x \forall y (p(x) \rightarrow p(y))) \rightarrow ((\exists x p(x)) \rightarrow (\forall y p(y)))$$