

Examen de
logique formelle
Durée : 1 h
Tous documents autorisés

1 Bases

1. [4pt] Donner, en justifiant, un exemple de formule
 - (a) satisfiable ;
 - (b) tautologique ;
 - (c) non satisfiable ;
 - (d) conséquence logique de $p \wedge \neg p$

2 Calcul des propositions

1. [4pt] Donner les deux règles d'inférences du calcul des séquents pour le connecteur $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
2. [5pt] Prouver, en utilisant le calcul des séquents, que la formule suivante n'est pas une tautologie et donner une interprétation qui ne la satisfait pas

$$(a \rightarrow (b \rightarrow d)) \rightarrow ((a \rightarrow (d \rightarrow b)) \rightarrow (a \rightarrow (d \rightarrow c)))$$

3 Calcul des prédicats

1. [7pt] Prouver par résolution que tout prédicat p qui a les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \forall x \forall y (p(x, y) \rightarrow p(y, x)) & \quad \text{Symétrie} \\ \forall x \forall y \forall z ((p(x, y) \wedge p(y, z)) \rightarrow p(x, z)) & \quad \text{Transitivité} \\ \forall x \exists y p(x, y) & \end{aligned}$$

est réflexif, c'est-à-dire :

$$\forall x p(x, x)$$